

История о том, как одно математическое открытие пошатнуло основы древнего общества.

Гиппас из Метапонта, древнегреческий математик V века до н.э., прославился своим открытием иррациональных чисел. По легенде, это открытие стоило ему жизни, однако точные обстоятельства того события остаются неизвестными.

Будучи пифагорейцем, последователем религиозно-философского учения, Гиппас разделял веру своей секты в гармонию чисел и числовую мистику. Одним из центральных принципов пифагореизма было представление о том, что абсолютно все в мире можно описать с помощью рациональных чисел, то есть целых чисел и дробей.

Исследуя длины сторон пентаграммы — символического знака пифагорейцев, Гиппас обнаружил, что некоторые из них невозможно выразить в виде отношения целых чисел. Таким образом, ему удалось доказать существование иррациональных величин, не являющихся рациональными числами. Это открытие поколебало основы пифагорейской нумерологии и стало важной вехой в развитии греческой математики.

Согласно различным историческим источникам, реакция пифагорейцев на открытие Гиппасом иррациональных чисел была неоднозначной. Некоторые утверждают, что оно оскорбило и шокировало пифагорейцев, так как противоречило их мировоззрению и убеждению в том, что мир можно описать исключительно рациональными числами. По другим версиям, Гиппас нарушил правила секретности, обнародовав свои результаты, за что был изгнан или даже убит. Одни источники гласят, что пифагорейцы намеренно утопили его в море, другие — что его смерть была случайностью, воспринятой как божественное наказание за разглашение тайных знаний.

Современные историки склонны считать эти истории легендами, не имеющими под собой твердых фактических оснований. Открытие иррациональных чисел, если оно действительно было сделано Гиппасом, вероятнее всего, было воспринято пифагорейской общиной как важное математическое достижение, предмет гордости. Множество мифов окружает пифагорейцев, поскольку эта влиятельная секта подвергалась гонениям за свои философские и политические взгляды.

Достоверных фактов о жизни и деятельности пифагорейцев сохранилось немного. Их община была основана Пифагором с острова Самос в Южной Италии около 530 г. до н.э. Саму знаменитую теорему о сумме квадратов катетов, связанную с именем Пифагора, скорее всего, доказывал не он сам, а его последователи. Помимо интереса к математике, пифагорейцы отличались аскетическим образом жизни, были

вегетарианцами, отрицали богатство и верили в переселение душ, что делало их необычными для античной Греции. Со временем они подверглись преследованиям, а после смерти Пифагора община распалась.

Историки сходятся во мнении, что в какой-то момент пифагорейцам удалось доказать несоизмеримость некоторых величин, из чего следует существование иррациональных чисел — одно из важнейших открытий в истории математики.

В современной школьной программе принято за данность, что некоторые числовые значения, называемые иррациональными, не могут быть выражены в виде отношения двух целых чисел. Однако это понимание вовсе не является очевидным и само по себе представляет важное открытие в истории математики. Иррациональные числа можно лишь приближать с помощью рациональных дробей, порой с очень высокой точностью, но точного представления в виде отношения целых чисел для них не существует.

Знаменитое доказательство иррациональных чисел, представленное Гиппасом или другим пифагорейцем, легче всего проиллюстрировать на примере равнобедренного прямоугольного треугольника: рассмотрим треугольник, у которого две стороны, каждая длиной a , образуют прямой угол, противоположный гипотенузе длины c . Знаменитое доказательство иррациональных чисел, представленное Гиппасом, легче всего проиллюстрировать на примере равнобедренного прямоугольного треугольника: рассмотрим треугольник, у которого две стороны, каждая длиной a , образуют прямой угол, противоположный гипотенузе длины c .

Такой треугольник имеет фиксированное соотношение сторон a/c . Если a и c — рациональные числа, длины сторон треугольника можно выбрать так, чтобы каждое из a и c соответствовало наименьшему возможному натуральному числу (то есть они не имели общего делителя). Например, если бы соотношение сторон было $2/3$, вы бы выбрали $a = 2$ и $c = 3$. Предполагая, что длины треугольника соответствуют рациональным числам, a и c — целые числа и не имеют общего делителя — по крайней мере, так думали все.

Гиппас использовал умозрительный метод доказательства от противного, чтобы продемонстрировать ошибочность изначального предположения о том, что соотношение сторон прямоугольного равнобедренного треугольника является рациональным числом.

Во-первых, он применил теорему Пифагора ($a^2 + b^2 = c^2$), подставив равные стороны треугольника a вместо a и b . Это дало уравнение: $2a^2 = c^2$, выражающее длину гипотенузы c через сторону a . Поскольку a и c — целые числа, из этого уравнения следует, что c^2 должно быть четным числом. Соответственно, c делится на 2: $c = 2n$, где n — некоторое натуральное число.

Подставив $c = 2n$ в исходное уравнение, получаем: $2a^2 = (2n)^2 = 4n^2$. Сократив обе части на 2, имеем: $a^2 = 2n^2$. Так как a — целое число, то a^2 — четное число. Однако это противоречит первоначальному допущению о том, что стороны a и c треугольника — целые числа, ведь в таком случае ни одна из них не может быть четной.

Это противоречие позволило Гиппасу сделать вывод, что отношение сторон a/c в равнобедренном прямоугольном треугольнике не может быть выражено рациональным числом. Другими словами, он доказал существование иррациональных величин, не представимых в виде отношения целых чисел. Например, для треугольника с единичными катетами $a=1$ длина гипотенузы c будет равна $\sqrt{2} \approx 1,414\dots$ — иррациональному числу с бесконечной непериодической десятичной дробью.

Для современного человека, знакомого с иррациональными числами с детства, их существование не является чем-то из ряда вон выходящим. Однако примерно 2500 лет назад это открытие могло полностью перевернуть представления о природе чисел и числовых отношений. Неудивительно, что вокруг него сложилось множество легенд и мифов.